

# Una scelta ragionevole

ovvero... come i ragionamenti di natura probabilistica possono aiutare in condizioni di rischio e incertezza



# Ripartiamo da...

---

«L'incertezza domina ovunque. Tutta la nostra vita è immersa nell'incertezza; nulla - all'infuori di ciò - si può affermare con certezza.»

Bruno de Finetti



# Lo spunto

---

«Oggi, la littéracie matematica deve, in particolare, permettere agli individui di comprendere, analizzare, criticare molteplici dati, la cui presentazione coinvolge sistemi di rappresentazione diversi e complessi, numerici, simbolici e grafici, spesso in interazione. Essa deve permettere loro di fare delle scelte ragionevoli, basandosi sulla comprensione, la modellizzazione, la predizione e di controllare i loro effetti, in situazioni inattese e spesso caratterizzate da incertezza [...] è importante che si acquisti progressivamente familiarità con i modi di ragionamento probabilistico e statistico che sono necessari per mettere il pensiero matematico al servizio della comprensione dei numerosi fenomeni che, nelle scienze come nella vita sociale, fanno intervenire l'incerto ed il rischio»

Da «Le sfide dell'insegnamento della matematica nell'educazione di base» di Michèle Artigue

# Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

---

Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.

Da «Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione»

# Relazioni, dati e previsioni

---

- ▶ Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico. In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative. Scegliere ed utilizzare valori medi (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione. Saper valutare la variabilità di un insieme di dati determinandone, ad esempio, il campo di variazione.
- ▶ In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.
- ▶ Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.

# Vale la pena di provare a fare scelte ragionevoli



# Come?

---

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il **laboratorio**, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

Da «Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione»

## CHI AVRÀ PIÙ PROBABILITÀ DI ESSERE INTERROGATO?

---

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

Oggi il professore di Giovanni decide di sorteggiare chi verrà interrogato.

Aprirà a caso il libro che ha sulla cattedra e che ha 130 pagine e farà la somma delle cifre. Il numero così ottenuto corrisponderà al numero di registro dell'alunno che sarà interrogato.

Tenendo conto del fatto che nella classe ci sono 19 alunni, chi ha più probabilità di essere interrogato tra il numero 11 e il numero 19?

Chi invece tra il 7, il 9 e l'11?

[http://www.quadernoaquadretti.it/scuola/laboratori/relazione\\_finale\\_gruppo\\_probabilit.pdf](http://www.quadernoaquadretti.it/scuola/laboratori/relazione_finale_gruppo_probabilit.pdf)

# Laboratorio e problemi

---

## QUATTRO SCARAFAGGI SCRIVONO UN BESTSELLER

---

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

*Dall'inserto il Venerdì di Repubblica del 16 ottobre 2009 pag. 98*

*Roma.*

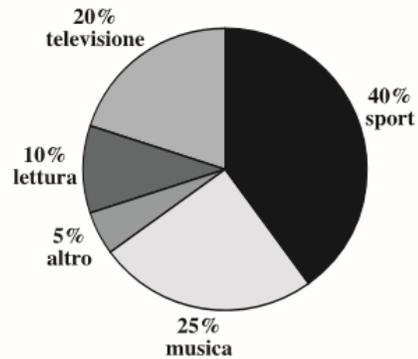
*Sbuca oggi nelle librerie "Come scrivere un bestseller in 57 giorni" di Luca Ricci ovvero come quattro scarafaggi decidano di sostituirsi al padrone - un inconcludente scrittore fallito per giunta sotto sfratto - alla tastiera di un computer per scrivere un romanzo con gli ingredienti necessari a scalare le classifiche di vendita.*

Noi siamo più modesti e vi chiediamo, nell'ipotesi che la tastiera del computer abbia quattro tasti O, R, M, e A e nell'ipotesi che ogni scarafaggio prema un tasto solo una volta sola, di determinare la probabilità che la parola così composta abbia significato in italiano.

Inoltre, dal momento che siamo modesti ma anche esigenti, vi chiediamo di fare una stima in merito alla probabilità che quattro scarafaggi possano scrivere un bestseller.

# Scelte ragionevoli e prove INVALSI

D20. Un'indagine sull'attività preferita nel tempo libero, compiuta su un campione di 220 studenti di una scuola con 700 studenti in totale, ha dato i risultati rappresentati nel grafico.



Qual è la probabilità che estraendo a caso uno studente del campione si ottenga un alunno che dedica il tempo libero alla lettura?

- A.  $\frac{1}{220}$
- B.  $\frac{1}{10}$
- C.  $\frac{1}{5}$
- D.  $\frac{1}{70}$

Giugno 2009

D14. Un dado non truccato è stato lanciato 70 volte di seguito. La seguente tabella riporta la frequenza con cui ciascun numero è uscito.

Numero uscito	Frequenze
1	11
2	10
3	11
4	16
5	9
6	13

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		V	F
a.	Poiché il 5 è uscito meno volte, la probabilità che esca 5 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	Poiché il 4 è uscito più volte, la probabilità che esca 4 nel lancio successivo è maggiore rispetto agli altri numeri	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	La probabilità che esca 5 nel lancio successivo è uguale a quella che esca 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Giugno 2010

# Scelte ragionevoli e prove INVALSI

M1308D0700

D7. Anna e Daniele giocano con due dadi. Ciascuno tira i due dadi e moltiplica i due numeri. Ad esempio, in questo caso  $4 \times 3 = 12$ .



Anna vince se il prodotto è un numero pari.  
Daniele vince se il prodotto è un numero dispari.  
Hanno entrambi la stessa probabilità di vincere?  
Scegli la risposta e completa la frase.

- Sì, perché .....
- .....
- .....
- No, perché .....
- .....
- .....

Giugno 2013

M1508D1200

D12. Nel gioco del superenalotto ogni giocatore sceglie almeno sei numeri interi compresi tra 1 e 90. Gli organizzatori estraggono a caso sei numeri, sempre compresi tra 1 e 90. Vincono i giocatori che hanno scelto proprio gli stessi numeri estratti dagli organizzatori del gioco.

Sara ha scelto i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Guglielmo ha scelto i numeri 7, 12, 15, 23, 28, 34.

Sara e Guglielmo hanno la stessa probabilità di vincere?

- A.  No, perché i numeri scelti da Sara sono consecutivi
- B.  Sì, perché tutti i numeri hanno la stessa probabilità di essere estratti
- C.  No, perché Sara e Guglielmo non hanno scelto gli stessi numeri
- D.  Sì, perché non conosciamo i numeri usciti nelle estrazioni precedenti

Giugno 2015

# Scelte ragionevoli e prove INVALSI

M1608D07A0 - M1608D07B0 - M1608D07C0

D7. Quaranta alunni hanno svolto una prova di Italiano e una di Matematica. In tabella sono riportate le frequenze dei voti ottenuti in ciascuna delle due prove: ad esempio, 5 alunni hanno ottenuto come voti 8 in Italiano e 6 in Matematica.

		ITALIANO			
		VOTO 5	VOTO 6	VOTO 7	VOTO 8
MATEMATICA	VOTO 5	0	0	2	0
	VOTO 6	2	7	1	5
	VOTO 7	2	1	3	9
	VOTO 8	0	1	7	0

a. Quanti alunni hanno preso gli stessi voti in Italiano e in Matematica?

Risposta: ..... alunni

b. Quanti sono gli alunni che hanno ottenuto in Matematica un voto più alto del voto ottenuto in Italiano?

- A.  7
- B.  17
- C.  13
- D.  8

c. Scegliendo a caso un alunno, qual è la probabilità che abbia ottenuto 5 nella prova di Italiano?

Risposta: .....

M1608D1800

D18. In un sacchetto ci sono solo 4 palline blu. Quante palline verdi si devono inserire nel sacchetto affinché la probabilità di estrarre una pallina verde sia  $\frac{2}{3}$ ?

- A.  2
- B.  12
- C.  6
- D.  8

Giugno 2016



# Scelte ragionevoli e prove INVALSI

D12. Il ristorante "La Baia dei Re" offre un menu completo a prezzo fisso, con la possibilità di scegliere tra tre primi, due secondi e due dolci.

M1608D1200

Ristorante "La Baia dei Re"  
Menu a prezzo fisso: 25 euro

Primo:

- Spaghetti allo scoglio
- Linguine al pesto
- Risotto alla pescatora

Secondo:

- Fritto misto
- Rombo alla griglia

Dolce:

- Sorbetto al limone
- Crema catalana

Quanti diversi menu completi (un primo, un secondo e un dolce) al massimo si possono comporre?

- A.  12
- B.  2
- C.  9
- D.  6

D13. La tombola è un gioco in cui si estraggono i numeri da 1 a 90 uno alla volta. Un numero non può essere estratto più volte.

M1708D1300

Ogni giocatore ha una cartella con tre righe da cinque numeri ciascuna.

I numeri di ogni cartella vengono coperti quando sono estratti.

Dopo 20 estrazioni Samuele ha coperto 5 numeri nella sua cartella, come puoi vedere nella figura qui sotto.

6 Tombola!					
	10	●		●	78 81
●	15		41	●	85
		27	●	58 65	87

Qual è la probabilità che Samuele faccia terno (tre numeri coperti sulla stessa riga) alla successiva estrazione?

- A.   $\frac{6}{70}$
- B.   $\frac{3}{70}$
- C.   $\frac{3}{90}$
- D.   $\frac{6}{90}$

## RISULTATI DEL CAMPIONE

Item	Mancante	A	B	C	D
D13	2,0%	37,8%	21,3%	20,2%	18,6%

# Dai quesiti INVALSI ad un laboratorio

## GIOCHIAMO (A DADI) CON LA PROBABILITÀ

Avete a disposizione due dadi di colore diverso, carta e penna con cui registrare i risultati ottenuti.

Lanciando i due dadi e sommando i valori, quali somme si possono ottenere? Vi chiederemo ora di fare molti lanci, e di tenere nota delle somme che otterrete; prima di incominciare i lanci, provate a indovinare quale sarà il numero che comparirà più frequentemente come somma delle due facce dei dadi.

Scrivete qui sotto il numero che è stato scelto da ciascuno di voi:

..... : .....

..... : .....

..... : .....

Iniziate ora a lanciare i dadi. Fate 108 lanci e registrate i dati nella tabella seguente mettendo una X accanto ad ogni numero se in un certo lancio si è ottenuto quel numero come somma (dei numeri usciti con i due dadi); potete usare l'ultima colonna per segnare il totale delle X che avete registrato:

2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

1

Quali numeri sono usciti più spesso? Qualcuno di voi aveva indovinato?

.....

Quali numeri sono usciti con minor frequenza?

.....

Cerchiamo di scoprire perché alcuni numeri si ottengono più facilmente di altri. Scrivete tutte le possibili coppie che si possono ottenere lanciando i due dadi.

Attenzione! Un lancio in cui il 2 è su un dado blu e il 3 su un dado rosso **non è una cosa diversa rispetto a un lancio in cui sul dado blu esce un 3 e sul dado rosso un 2!**

.....

.....

.....

.....

.....

Quante sono le coppie possibili?

.....

Quale probabilità ha secondo voi ciascuna coppia di uscire ad ogni lancio?

.....

Cambia qualcosa se, al posto di considerare le coppie, considerate le somme che si ottengono? Analizzate in quanti modi si possono ottenere le stesse somme compilando la tabella seguente. Fate attenzione ai colori dei dadi: ad esempio le due caselle che abbiamo compilato noi corrispondono una all'uscita di un 2 sul dado giallo e un 1 sul dado verde e l'altra a un'uscita di un 1 sul dado giallo e un 3 sul dado verde.

2

+	Dado rosso 1	Dado rosso 2	Dado rosso 3	Dado rosso 4	Dado rosso 5	Dado rosso 6
Dado giallo 1			4			
Dado giallo 2	3					
Dado giallo 3						
Dado giallo 4						
Dado giallo 5						
Dado giallo 6						

e quindi riassumendo (i primi numeri li abbiamo messi noi):

somma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
In quanti modi	1	2									

Qual è secondo voi la probabilità di ottenere la somma ??

.....

Così come avete fatto per la somma 7, procedete anche per le altre somme e completate la seguente tabella:

somma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
probabilità											

Quali somme hanno la stessa probabilità di uscire?

.....

Cosa notate?

.....

3

# Dai quesiti INVALSI ad un laboratorio

La tabella della pagina precedente vi dice che, su 36 lanci, "in teoria" la somma dei numeri sulle facce dei dadi "dovrebbe" risultare 2 una sola volta e dovrebbe risultare 3 due volte, ecc.

Provate a riempire la tabella qui sotto scrivendo quante volte "teoricamente" la somma dovrebbe venire 2, 3, ..., 12 su 108 lanci.

[E secondo voi perché all'inizio vi abbiamo chiesto di fare 108 lanci e non 100?]

Somma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Confrontate questa tabella con la tabella iniziale dove avete registrato i dati dei lanci che avete davvero fatto.

Cosa notate?

.....

.....

.....

Fatevi dare dai compagni degli altri gruppi i dati da loro ottenuti sui lanci che hanno fatto e registrarli qui sotto

Somma	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
gruppo 1											
gruppo 2											
gruppo 3											
gruppo 4											
gruppo 5											
TOTALE											

4

Cosa notate?

.....

.....

.....

\*\*\*

Per il prossimo gioco, dovrete usare tre dadi. Controllate che anche questi siano di tre colori diversi. Ogni giocatore dovrà inoltre utilizzare uno schema come il seguente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

Sorteggiate chi lancerà i dadi.

Ogni turno consiste nel tiro dei tre dadi, simultaneamente. Ciascun giocatore può cancellare dal suo schema alcuni numeri secondo le regole seguenti: si possono cancellare o tutti i tre numeri usciti, oppure uno dei tre e la somma degli altri due, oppure solo il numero che è somma di tutti e tre. Facciamo un esempio per spiegarci meglio; con il tiro 1-2-4 si potrebbe cancellare una (soltanto una!) delle seguenti combinazioni:

- i tre numeri 1, 2, 4
- i due numeri 2 e 5
- i due numeri 4 e 3
- i due numeri 1 e 6
- il solo numero 7

State a voi decidere quale combinazione vi conviene utilizzare.

Vince chi riesce per primo a cancellare i 24 numeri dello schema.

Provate a giocare una partita.

Chi ha vinto? .....

Secondo voi è stata solo questione di fortuna? .....

.....

5

Si potevano mettere in atto delle strategie? Cosa avete osservato nella partita che avete giocato? Come potreste utilizzare quello che avete osservato per le prossime partite?

.....

.....

.....

Esiste un modo per sfruttare al meglio i lanci? Provate a seguire il nostro ragionamento.

Quanti sono i possibili tiri che si possono ottenere con il lancio di tre dadi?

.....

Provate a contare quanti sono tutti i tiri con cui potete cancellare il numero 1; potete naturalmente scriverli esplicitamente tutti, ma sarebbe meglio trovare un sistema che vi eviti questo noioso elenco.

.....

.....

.....

.....

.....

Fate lo stesso conto per qualche altro numero, p.es. per il numero 12.

.....

.....

.....

.....

.....

6

# Dai quesiti INVALSI ad un laboratorio

---

Tutti i numeri da 1 a 12 avranno secondo voi la stessa probabilità di essere cancellati al primo tiro?

---

---

Quali saranno secondo voi i numeri che avranno maggior probabilità di essere cancellati (provate a utilizzare quello che avete scoperto nella prima parte del laboratorio)?

---

---

E come potrebbero aiutarvi questi conti rispetto alla strategia da usare nel gioco? Quali saranno secondo voi i numeri che vi conviene cercare di cancellare per primi?

---

---

---

---

Secondo voi, usando questa strategia, sarete sicuri di vincere?

---

---



# Quale ruolo hanno gli insegnanti?

---

«Gli insegnanti hanno il ruolo della guida esperta che osserva e ascolta, che risponde a eventuali domande, che sa indirizzare su una via proficua e distogliere da una via poco significativa, e, soprattutto, che aiuta i ragazzi – alla fine – a tirare le fila dell'attività che hanno svolto».

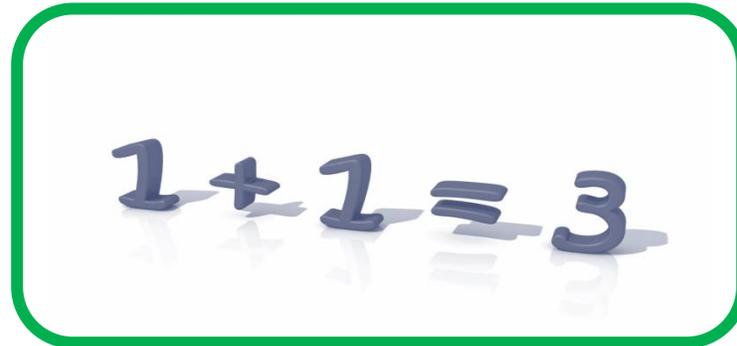
«Laboratorio di matematica: una sintesi di contenuti e metodologie» di Maria Dedò e Simonetta Di Sieno



# Parole chiave



**Rigore**



**Errore**



**Linguaggio**

# Grazie!

...e non dimenticatevi per commenti, suggerimenti, condivisioni....

Anna Asti - [anna.asti.mat@gmail.com](mailto:anna.asti.mat@gmail.com)

